

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Обнинский институт атомной энергетики –  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,  
Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

---

### **ВЫСШАЯ АЛГЕБРА**

---

для студентов направления подготовки

---

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

---

---

профиль  
**Прикладная информатика**

---

Форма обучения: очная

**г. Обнинск 2021 г.**

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

\_\_\_\_\_ З.Х. Насыров, доцент ОИКС

Рецензент

Заведующий лаб. Математических методов ФИАЦ ФГБУ «НПО «Тайфун»,  
д.т.н Д. А. Камаев.

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы  
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

\_\_\_\_\_ С.В. Ермаков

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 г.

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Целью курса является формирование необходимой математической базы по теории групп, колец и полей для изучения последующих дисциплин общепрофессионального и профессионального модулей.

Задачами изучения курса являются

Обучение студентов методам и мышлению, характерным для указанных выше разделов высшей алгебры на основе изучения лекционного материала и его закрепления с помощью решения задач и упражнений.

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<b>Коды компетенций</b>	<b>Результаты освоения ООП</b> <i>Содержание компетенций</i>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</b>
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: методы алгебраической реализации систем математического анализа, дискретной математики. Уметь: описывать возникающие структуры на языке высшей алгебры. Владеть: методами решения основных видов задач.
ПК-2	Способность понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат	Знать: алгебраические методы обработки результатов других разделов математики. Уметь: выводить формулы и доказывать теоремы. Владеть: методами решения основных видов задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина реализуется в рамках профессионального модуля.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: математический анализ, дискретная математика, аналитическая геометрия, линейная алгебра.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 и 6 семестрах.

## 3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 7 зачетных единиц (з.е.), 252 академических часа.

### 3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Объем дисциплины	Всего часов	
	Очная форма обучения	
Общая трудоемкость дисциплины	252	
Контактная* работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	64	
Аудиторная работа (всего**):	64	
лекции	32	
семинары, практические занятия	32	
Внеаудиторная работа (всего**):	0	
групповая, индивидуальная консультация		
Самостоятельная работа обучающихся** (всего)	152	
Вид промежуточной аттестации обучающегося зачет и экзамен	36	

**4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

#### 4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

*Для очной формы обучения*

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Общая трудоём- кость всего (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоёмкость (в часах)				СРО	Формы текущего контроля успевае- мости
			Аудиторные учебные занятия			СРО		
			Лек	Сем/Пр	Лаб			
1.	Мощность множеств	28	4	4		20	Проверка на семинаре	
2.	Теория групп	70	12	12		56	Проверка на семинаре	
3.	Теория колец	70	12	12		56	Проверка на семинаре	

4.	<b>Расширения полей</b>	28	4	4		20	Проверка на семинаре
----	-------------------------	----	---	---	--	----	----------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

##### Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	<b>Мощность множеств</b>	Эквивалентность множеств, мощность множества. Счетные множества, их свойства. Теорема Кантора - Бернштейна. Континуальные множества, теорема о несчетности континуума. Теорема о несчетности квадрата. Сравнение мощностей. Доказать, что $ M  <  P(M) $ . Теорема о мощности $P(N)$ . Упорядоченные множества, порядковые типы, их сумма. Вполне упорядоченные множества, ординалы. Теорема о трансфинитной индукции. Свойства вполне упорядоченных множеств, сравнение ординалов.
2.	<b>Теория групп</b>	Определение полугруппы, моноида и группы. Абелева группа. Свойства единичного и обратного элемента. Примеры групп. Группа подстановок. Подгруппы. Конечнопорожденные и циклические группы. Смежные классы, их свойства. Теорема Лагранжа. Теорема о нециклической абелевой группе конечного порядка. Нормальные подгруппы, их свойства. Факторгруппа, теорема о его порядке. $Z_n$ . Прямое произведение групп. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма и его свойства. Теорема о гомоморфизме.
3.	<b>Теория колец</b>	Определение кольца и поля. Делители нуля. Обратимые элементы. Кольцо многочленов, его целостность. Деление многочленов, теорема Безу. Кратные корни многочлена. Неприводимые многочлены. Идеалы, главные идеалы. Определение кольца главных идеалов, примеры. Факторкольцо. Кольцо вычетов $Z_n$ . Факторкольцо $P[x]/(f(x))$ . Разложение на множители в кольце главных идеалов. Максимальные идеалы и их свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Ядро гомоморфизма. Образ гомоморфизма. Теорема о гомоморфизме для колец.
4.	<b>Расширения полей</b>	Расширения полей. Теорема о количестве элементов конечного поля. Построение конечных полей.

##### Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	<b>Мощность множеств</b>	Эквивалентность множеств, мощность множества. Счетные множества. Теорема Кантора - Бернштейна. Континуальные множества.

2.	<b>Теория групп</b>	Понятие группы. Подгруппа, порядок элемента. Циклические группы. Нормальные подгруппы. Факторгруппа. Гомоморфизмы групп.
3.	<b>Теория колец</b>	Кольцо, поле. Делители нуля. Идеалы, главные идеалы. Максимальные идеалы. Кольцо многочленов. Гомоморфизмы колец. Факторкольцо.
4.	<b>Расширения полей</b>	Расширения полей. Построение конечных полей.

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Насыров З.Х. Элементы теории множеств и общей алгебры. --- Обнинск: ИАТЭ,1990.
2. Насыров З.Х. Сборник задач по высшей алгебре. --- Обнинск: ИАТЭ, 2004.

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### 6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
1.	Мощность множества	ПК-2	Зачет
2.	Группы , факторгруппы, гомоморфизмы групп.	ПК-2	Зачет
3.	Кольцо, обратимые и необратимые элементы. Кольцо многочленов.	ОПК-3, ПК-2	Контрольная работа, экзамен.
4.	Расширения полей	ОПК-3, ПК-2	Контрольная работа, экзамен.

### 6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

#### 6.2.1. Экзамен

##### а) типовые вопросы (образец)

1. Дать определение ядра гомоморфизма для групп и доказать его свойства.
2. Дать определение идеалов, главных идеалов и доказать их свойства.

##### б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В ответе на каждый вопрос элемент знания оценивается в 40%, а элемент умения — в 60%/

##### в) описание шкалы оценивания:

Ответы на 1 и 2 вопрос составляют 20 и 20 баллов соответственно.

### 6.2.2. Контрольная работа

#### а) типовые задания (образец)

Образец задачи № 1

Найдите количество необратимых элементов в кольце  $Z_4 \times Z_{10}$ .

Образец задачи № 2

Найдите НОД  $d(x)$  со старшим коэффициентом, равным 1, многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$  в кольце  $Z_7[x]$  и многочлены

$u(x)$  и  $v(x)$  такие, что  $d(x) = u(x) \cdot f(x) + v(x) \cdot g(x)$ , если  $f = x^5 + 6x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 2x + 5$ ,  $g = x^4 + 6x^3 + 6x + 6$ .

Образец задачи № 3

Разложите на неприводимые множители многочлен  $2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2$  в кольце  $Z_5[x]$ .

Образец задачи № 4

Докажите неприводимость многочлена  $p(x)$  над  $Z_5$  и найдите  $\text{ol}\{f(x)\} + \text{ol}\{g(x)\}$ ,  $\text{ol}\{f(x)\} - \text{ol}\{g(x)\}$ ,  $\text{ol}\{f(x)\} \cdot \text{ol}\{g(x)\}$ ,  $\text{ol}\{f(x)\} : \text{ol}\{g(x)\}$  для классов вычетов  $\text{ol}\{f(x)\}$  и  $\text{ol}\{g(x)\}$  в поле  $Z_5[x]/(p(x))$ , если  $p(x) = 2x^3 + 4x^2 + 1$ ,  $f(x) = x^2 + 3x$ ,  $g(x) = 4x^2 + x + 2$ .

Образец задачи № 5

Найдите определяющий многочлен и степень расширения над  $Q$  поля  $Q(\sqrt{6 - 2\sqrt{5}})$ .

#### б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В ответе на каждый вопрос элемент знания оценивается в 30%, элемент умения — в 40%, а элемент владения (навыка) — в 30%.

#### в) описание шкалы оценивания:

Ответы на 1, 2, 3, 4 и 5 задачу составляют по 12 баллов.

### 6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговый балл по дисциплине получается суммированием количества баллов набранных по контрольной работе и баллов за экзамен. Оценка «отлично» ставится за 90 — 100 баллов, «хорошо» за 75 — 89 баллов, «удовлетворительно» за 60 — 74 балла, «неудовлетворительно» за 0 — 59 итоговых баллов.

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### а) основная учебная литература:

1. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре: учебник Лань, 2018. - адрес: [www.e.lanbook.ru](http://www.e.lanbook.ru).
2. Чашкин А.В., Жуков Д.А. Элементы конечной алгебры: группы, кольца, поля, линейные пространства 2016 - адрес: [www.e.lanbook.ru](http://www.e.lanbook.ru).

### б) дополнительная учебная литература:

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. -- М.:~Наука, 1977.
4. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. -- М.:~Наука, 1979.
5. Алексеев В.Б. Теорема Абеля в задачах и решениях. -- М.:~Наука, 1976.
6. Сборник задач по алгебре/Под ред. А.И. Кострикина. -- М.:~Наука, 1987.
7. Куликов Л.Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел. -- М.:~Просвещение, 1993.
8. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. -- М.:~Мир, 1976.

## 8. Перечень ресурсов\* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

[www.library.mephi.ru](http://www.library.mephi.ru), [www.e.lanbook.ru](http://www.e.lanbook.ru)

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебного занятия	Организация деятельности студента
Лекция	При изучении дисциплины следует иметь в виду, что учебный материал в разных учебных пособиях может сильно отличаться и терминологически и по стилю изложения и по содержанию. Поэтому на первой стадии изучения следует придерживаться материала конспектов лекций и основной литературы. При желании знакомиться с материалом из дополнительной литературы.
Практические занятия	Для уверенности в правильности решения задачи полезно проверить ответ с помощью альтернативного решения или на частном случае.
Контрольная работа	Изучить методические указания по решению контрольных задач и потренироваться на решении аналогических задач.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций и рекомендуемую литературу

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Электронная библиотека НИЯУ МИФИ

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория достаточной вместимости для потока (лекция) или группы (семинары), проектор и ноутбук.



## **12. Иные сведения и (или) материалы**

### **12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Часов в интерактивной форме – 10.

Планомерная организация последовательности лекций и практических занятий в сочетании с внеаудиторной работой студента. При изложении разделов даются указания на связь с учебным материалом других дисциплин учебного плана, а также практическими приложениями. Систематические индивидуальные консультации.

Интерактивный подход заключается в вовлечении присутствующих студентов в обсуждение рассматриваемых методов решения задачи выработку новых приемов в их решении.

### **12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)**

Самостоятельная работа студентов состоит в выполнении домашних заданий в соответствии с темами практических занятий. Контроль осуществляется путем проверки на практических занятиях.

№	Тема самостоятельной работы	Литература	Число часов
1	Теория множеств	[2]	20
2	Теория групп	[2]	56
3	Теория колец и полей	[2]	56
4	Расширения полей	[2]	20

### **12.3. Краткий терминологический словарь**

Не требуется.